

Compito di Matematica II - Consorzio Nettuno - 20/3/2000

- 1) Si determini la funzione lineare $f : \mathbf{R}^3 \mapsto \mathbf{R}^3$ tale che $f(1, 0, 1) = (1, 0, 1)$, $f(0, 0, 1) = (0, 0, 1)$ e il cui nucleo è il sottospazio generato dal vettore $(1, 0, 0)$. Si determini lo spazio immagine di f e si dica se f è diagonalizzabile. In caso affermativo si determini una base di autovettori.

- 2) Nello spazio vettoriale \mathbf{R}^5 siano dati i vettori:

$$v_1 = (0, 1, 0, 0, 0), v_2 = (0, 1, 0, 1, 0), v_3 = (0, 0, 0, 3, 0)$$

- i) Si determini la dimensione del sottospazio $W = [v_1, v_2, v_3]$ e una sua base B . Si determini inoltre una base B' di \mathbf{R}^5 tale che $B \subseteq B'$.
- ii) Si dica quali tra i vettori $w_1 = (1, 2, 0, 3, 0)$, $w_2 = (0, 2, 0, 3, 0)$, $w_3 = (2, 0, 2, 0, 0)$ appartengono a W .

- 3) Determinare la configurazione, al variare del parametro reale k , dei seguenti piani:

$$\begin{cases} x - y + kz & = 0 \\ x + 2y + 2kz & = 0 \\ x - y & = 0 \end{cases}$$

- 4) Fissato nello spazio un riferimento ortogonale monometrico si considerino le rette r ed s rappresentate da:

$$r : \begin{cases} x + y - 1 & = 0 \\ z & = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x & = 4 \\ y & = 4 \end{cases}$$

ed il punto $P(0, 0, 1)$.

Si rappresentino:

- a) La retta per P incidente ed ortogonale ad r .
- b) Il piano per s parallelo ad r .
- c) La retta per P incidente s e parallela al piano $z = 0$.

- 5) Studiare e classificare, al variare del parametro reale h , la seguente famiglia di coniche:

$$C_h : 4hx^2 + 2hxy + y^2 + a = 0.$$