

Compito del 13/12/99

Nome e cognome

Matricola

Firma

1) Una funzione lineare $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ assume i seguenti valori:

$$f(1, 0, 0) = (1, 2, -1), f(0, 1, 0) = (2, 4, -2), f(1, 0, 1) = (0, 0, 0).$$

Si determini f e si dica se è diagonalizzabile. Si determinino inoltre il nucleo e lo spazio immagine di f .

2) Determinare la configurazione, al variare del parametro reale k , dei seguenti piani:

$$\begin{cases} 2x + 3y + kz = 1 \\ kx + 3y + 2z = 0 \\ 4x + 6y + 4z = 3 - k \end{cases}$$

3) Studiare e classificare, al variare del parametro reale h , la seguente famiglia di coniche:

$$C_h : x^2 + 2hxy + hy^2 + 2x = 0$$

Si calcoli inoltre, ove possibile, il centro della conica C_h .

4) Siano assegnati nello spazio ordinario il punto $A(1, 1, 1)$ e le rette

$$r : \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$s : \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 3 \end{cases}$$

Si verifichi che r ed s sono sghembe e si determinino:

- il piano per r parallelo ad s ;
- il piano per r ortogonale ad s .

5) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' + y' = x$$