

MATEMATICA II _CONSORZIO NETTUNO _02/03/2004

Cognome _____ Nome _____ Matr. _____

- 1. Nello spazio vettoriale standard \mathbb{R}^4 siano assegnati i seguenti sottospazi vettoriali:

$$H_1 = \{(x, y, z, t) \mid 2x - y + z + t = 0 \text{ e } x - y = 0\}$$

$$H_2 = \{(x, y, z, t) \mid x + z = 0 \text{ e } 4x - 2y + 2z + t = 0\}$$

- (i) Determinare una base e la dimensione di H_1, H_2 .

La dimensione di $H_1 \cap H_2$ è 1. Quanto vale la dimensione di $H_1 + H_2$?

- 2. Assegnato il seguente endomorfismo di \mathbb{R}^3 :

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$
$$f(x, y, z) = (-2z, -x + y - 2z, x + 3z)$$

- (i) Dire se tale endomorfismo è iniettivo. E' suriettivo?
- (ii) Dire se tale endomorfismo è diagonalizzabile e in caso affermativo determinare una base di autovettori.

- 3. Assegnata, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, la seguente matrice A_k

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 2 & k \\ 0 & k & 5 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- (i) Dire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ tale matrice è invertibile?
- (ii) Studiare il rango di tale matrice al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

- 4. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino i seguenti elementi:

$$A \equiv (1, -1, 0) \quad r_h : \begin{cases} hx - y = 0 \\ y + hz = 1 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x + z = 2 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

- (i) Dire per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ la retta r_h è ortogonale a s .
- (ii) Determinare la retta t per A perpendicolare e incidente s .

- 5. Si classifichi la seguente conica

$$x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 1 = 0$$