ESAME DI MATEMATICA II - Consorzio NETTUNO - Napoli, 30 Marzo 2004.

COGNOME………….......... *NOME*…………………. *MATRICOLA*……………..

Domande a scelta multipla

1. Dati due sottospazi la loro unione permette di definire sempre nuovi sottospazi □ Si □ No
2. E' vera la seguente affermazione: se $v_1 = (1,2,1)$, $v_2 = (2,1,-1)$, sono due soluzioni di un sistema lineare omogeneo a tre incognite, allora anche $v_3 = (3,3,0)$, è una soluzione dello stesso sistema □ Si □ No
3. Sia C è una conica non degenere rappresentata dalla matrice $A=\begin{pmatrix} k & 0 & 2 \\ 0 & -k & 1 \\ 2 & 1 & -k \end{pmatrix}$.

   Tale conica è necessariamente □ un'ellisse □ un' iperbole □ una parabola
4. Siano r, s due rette di R^3 parallele ad un piano π. Tali rette sono :
   □ complanari □ parallele □ sghembe □ Possono verificarsi tutti i casi precedenti
5. Siano π_1 , π_2 , π_3 piani incidenti due a due. Le rette r: $\pi_1 \cap \pi_2$, t: $\pi_2 \cap \pi_3$ sono sghembe □ Si □ No

Domande di teoria :

Dimostrare che :

a) Il nucleo di un'applicazione lineare $f: V \to W$ è un sono sottospazio vettoriale di V

b) Un sistema di vettori S = $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ è linearmente dipendente se $\exists\, v_i$ dipendente dai rimanenti

---

ESERCIZI

• 1. Nello spazio vettoriale R^4 si consideri i sottospazi $W_1 = \{(x,y,z,t) \in R^4 \,/\, y+z+t=0\}$

e W_2 generato dai vettori: $v_1 = (-1,1,0,0)$, $v_2 = (2,-2,2,1)$, $v_3 = (0,0,2,1)$,

Determinare la dimensione ed una base per i sottospazi W_1 , W_2 , $W_1 \cap W_2$, $W_1 + W_2$.

• 2. Si discuta al variare del parametro k il sistema $\begin{cases} kx + y + 3z = 3 \\ x \quad\quad - z = -2 \\ 2x + ky + 2z = k \end{cases}$

determinandone le soluzioni nei casi di compatibilità.

• 3 Sia f l'endomorfismo di $\mathbf{R}^3$ tale che $f(1,0,1) = (1,2,1)$, $f(0,1,0) = (1,0,1)$ e $f(0,0,2) = (2,2,0)$,

a) Rappresentare e studiare tale endomorfismo nella base canonica di $\mathbf{R}^3$

b) Discuterne la diagonalizzabilità.

• 4. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si determini il piano passante per P(1,1,2), parallelo alla retta r: $\begin{cases} 3x + y - z + 1 = 0 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$ e perpendicolare al piano π di equazione $x + y - 3 = 0$.