

## MATEMATICA II \_CONSORZIO NETTUNO \_ 30/01/2004

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

- **1.** Nello spazio vettoriale standard  $\mathbb{R}^4$  siano assegnati i seguenti vettori:

$$v_1 = (1, 0, 1, 2) \quad v_2 = (0, 1, 0, 1) \quad v_3 = (1, -1, 1, 1) \quad v_4 = (2, -1, 2, 3)$$

(i) Il precedente sistema di vettori è indipendente? (ii) Si determini la dimensione e una base  $B$  del sottospazio  $H=[v_1, v_2, v_3, v_4]$ .

- **2.** Assegnato il seguente endomorfismo di  $\mathbb{R}^3$ :

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$f(x, y, z) = (2x, 2y, 6x - 3y - z)$$

(i) Dire se tale endomorfismo è diagonalizzabile ed eventualmente determinare una base di autovettori.

- **3.** Determinare al variare del parametro  $\lambda \in \mathbb{R}$  le soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} \lambda x + y - 2z = 0 \\ x + \lambda y + z = 1 \\ \lambda x + y - z = -1 \end{cases}$$

- **4.** Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino i seguenti elementi:

$$A \equiv (0, 1, 0) \quad r : \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases} \quad \pi : \{2x - y - z = 1$$

- (i) Determinare il piano  $\alpha$  per  $A$  perpendicolare ad  $r$
- (ii) Determinare la retta  $s$  per  $A$  perpendicolare al piano  $\pi$ .
- (iii) Determinare la distanza del punto  $A$  dal piano  $\pi$ .

- **5.** Si classifichi la seguente conica:

$$x^2 + y^2 + 2xy + 2y = 0$$