

MATEMATICA II _CONSORZIO NETTUNO _ 17/05/2004

Cognome _____ Nome _____ Matr. _____

- 1. Nello spazio vettoriale standard \mathbb{R}^3 siano assegnati i seguenti vettori:

$$v_1 = (1, 2, 1) \quad v_2 = (2, 0, 1) \quad v_3 = (3, 1, 1) \quad v = (4, 1, 0)$$

(i) Dire e giustificare se è unica la terna di scalari (h_1, h_2, h_3) tale che $v = h_1v_1 + h_2v_2 + h_3v_3$.

- 2. Nello spazio vettoriale standard \mathbb{R}^3 si considerino i seguenti sottospazi:

$$H = \{(x, y, z) \mid x + y = 0 \text{ e } z = 0\}$$

$$K = \{(x, y, z) \mid x = 0\}$$

(i) Determinare una base di H , K , $H \cap K$. Quanto vale la dimensione di $H+K$?

- 3. Determinare al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$ il rango della seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & 2 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- 4. Costruire l'endomorfismo di \mathbb{R}^3 che verifica le seguenti condizioni:

$$f(0, 1, 1) = (0, 1, 1)$$

$$f(1, 0, 0) = (1, 0, 1)$$

$$f(0, 1, 0) = (0, 1, 1)$$

(i) Dire se tale endomorfismo è diagonalizzabile e nel caso lo sia determinare una base di autovettori.

- 5. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino i seguenti elementi:

$$P \equiv (1, 0, 1) \quad r : \begin{cases} x + y = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

(i) Determinare il piano π per P contenente la retta r .

(ii) Determinare la retta per P perpendicolare al piano π .

(iii) Determinare il piano per P perpendicolare alla retta r .

(iv) Calcolare la distanza del punto P dalla retta r .

- 6. Si classifichi la seguente conica

$$x^2 + y^2 + 2xy - 1 = 0$$

Nel caso essa sia degenera determinare le componenti.