

# Programma di Matematica II

## I. Algebra lineare.

### 1. Spazi vettoriali.

Definizione, prime proprietà, spazi vettoriali numerici reali. Sottospazi di uno spazio vettoriale. Proprietà caratterizzante i sottospazi vettoriali (s.d.). Combinazioni lineari e dipendenza lineare tra vettori. Vettori linearmente indipendenti. Generatori di uno spazio vettoriale e generatori di un sottospazio. Base di uno spazio vettoriale. Componenti di un vettore rispetto ad una base fissata. Teorema di Steinitz (solo enunciato). Teorema sull'uguaglianza delle cardinalità delle basi (con dim.). Dimensione di uno spazio vettoriale. Dimensione dei sottospazi e relative disuguaglianze. Determinazione di una base di uno spazio da un sistema di generatori con il metodo degli scarti. Operazioni tra sottospazi di uno spazio vettoriale: somme ed intersezioni di sottospazi. Altri esempi di spazi vettoriali: spazio vettoriale delle matrici, con le usuali operazioni di somma tra matrici e prodotto per uno scalare. Lo studente dovrà inoltre studiare le dimostrazioni delle proposizioni 1.1.4 e 1.1.5 e del teorema 1.1.6 delle dispense distribuite dal Polo Tecnologico di Napoli.

### 2. Applicazioni lineari.

Definizioni e prime proprietà. Nucleo ed immagine di un'applicazione lineare e proposizioni relative (con dimostrazioni). Teorema sulle dimensioni (s.d.).

### 3. Matrici.

Generalità sulle matrici. Enunciato del teorema sul numero massimo di righe e colonne linearmente indipendenti di una matrice. Definizione di rango di una matrice. Trasformazioni elementari sulle matrici. Matrice ridotta per righe o per colonne e calcolo del rango. Determinazione della dimensione di un sottospazio con il calcolo del rango di una matrice. Determinante di una matrice quadrata. Teorema del rango di una matrice quadrata (solo enunciato). Teorema degli orlati (facoltativo). Il prodotto righe per colonne tra matrici e le sue proprietà.

Matrice inversa. Matrice trasposta. Matrici simmetriche ed antisimmetriche. Matrici ortogonali. Invertibilità o meno di una matrice in funzione di un parametro. Legame tra rango di una matrice e sua invertibilità. Matrice associata ad un'applicazione lineare. Studio di un'applicazione lineare mediante la matrice associata.

#### 4. Sistemi lineari.

Generalità sui sistemi lineari. Sistemi lineari omogenei. Teorema di Rouché-Capelli (s.d). Teoremi sul numero di soluzioni di un sistema compatibile (s.d.). Risoluzione dei sistemi lineari: metodo di Cramer e metodo di Gauss-Jordan.

#### 5. Autovalori ed autovettori.

Definizione di autovettore di un endomorfismo e di autovalore relativo.

Teorema sull'autospazio relativo ad un autovettore (con dim.).

Teorema: autovettori relativi ad autovalori distinti sono linearmente indipendenti, (con dim.).

Calcolo degli autovalori e degli autovettori di un endomorfismo.

Il problema della diagonalizzazione di una matrice. Condizioni sufficienti per la diagonalizzabilità di una matrice.

## **II. Geometria Analitica.**

### 1. Geometria analitica piana.

Punti e rette nel piano. Equazione della retta. Condizioni di ortogonalità e parallelismo. Fasci di rette. La circonferenza. Equazione della circonferenza. Asse radicale. Fasci di circonferenze. Le coniche. Ellisse, parabola, iperbole. Assi e diametri.

### 2. Geometria analitica nello spazio.

Rette e piani. Equazione del piano. Condizioni di ortogonalità e parallelismo retta-piano. Fasci propri e impropri di piani. Stelle proprie e improprie di rette. Minima distanza tra due rette sghembe. La sfera. Equazione della sfera. Circonferenza nello spazio. Fasci di sfere. Piano radicale. Coni, cilindri e superfici di rotazione. Le quadriche (cenni).