

## RETTE SGHEMBE

Due rette dello spazio si dicono sghembe se non esiste un piano che li contiene. Due rette che non sono sghembe si dicono complanari.

Vediamo come fare per controllare se due rette sono sghembe.

**Example 1** Verificare se le rette di equazioni  $r: \begin{cases} x + z = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases}$  e  $s: \begin{cases} -z + 1 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases}$  sono sghembe.

I due sistemi ci permettono di scrivere una matrice 4x4, la seguente:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ho scritto la matrice completa del sistema costituito dalle 4 equazioni. Se tale matrice ha determinante non nullo allora le due rette sono sghembe, se il determinante è nullo le due rette sono complanari. Nel nostro caso il determinante di M è -1 e quindi le rette assegnate sono sghembe.

**Example 2** Verificare se le rette diequazioni  $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases}$  e  $s: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$  sono sghembe.

Se le rette sono assegnate in forma parametrica, possiamo trasformarle in forma cartesiana e adottare il metodo precedente oppure determiniamo i parametri direttori di ciascuna di esse. Nel nostro caso r ha parametri direttori (0,-1,-1) e s ha parametri direttori (1,1,1). Poi consideriamo un punto arbitrario di r ottenendolo assegnato un qualsiasi valore a t, ad esempio per t=0 ottengo il punto A(1,0,1). Allo stesso modo mi considero un punto qualsiasi su s, assegnando un valore a caso a t, anche qui conviene t=0 e quindi ottengo il punto B(1,0,0). Determino i parametri deretori del segmento AB che sono (0,0,1). A questo punto costruisco la matrice 3x3 mettendo come righe i parametri direttori di r,s e AB

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcolo il determinante e se viene diverso da zero posso dire che le rette sono sghembe, altrimenti sono complanari. Nel nostro caso tale detrmnante vale 1 e quindi le rette in questione sono sghembe.

**Remark 1** Se una retta è assegnata in forma parametrica e l'altra in forma cartesiana allora una delle due la trasformate e poi adottate il metodo che ritenete più opportuno.

**Exercise 1** Verificare se le seguenti rette sono sghembe  $r: \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - z + 1 = 0 \end{cases}$  e  $s: \begin{cases} x - 2y = 0 \\ y - z + 1 = 0 \end{cases}$

**Exercise 2** Verificare se le seguenti rette sono sghembe  $r: \begin{cases} x = 0 \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}$  e  $s: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$

**Exercise 3** Verificare se le seguenti rette sono sghembe  $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$  e  $s: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2x + 1 = 0 \end{cases}$