

RETTE PER UN PUNTO PERPENDICOLARE AD UN PIANO

Sappiano che l'equazione di un piano è data $ax + by + cz + d = 0$ con a, b e c non tutti nulli. Facciamo osservare che (a, b, c) sono le componenti di un vettore non nullo ortogonale al piano.

Example 1 Scrivere l'equazione della retta passante per il punto $P(1, 2, 2)$ ed ortogonale al piano $2x - y + 3z + 3 = 0$

Soluzione La direzione della retta è data dal vettore $v = (2, -1, 3)$, applicando le relazioni

$$\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases}, \text{ si ha:}$$

r: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$, eventualmente eliminando il parametro si determina una rappresentazione cartesiana della retta.

Example 2 Scrivere l'equazione della retta passante per il punto $P(2, 1, -1)$ ed ortogonale al piano $x - z = 0$

Soluzione La direzione della retta è data dal vettore $v = (1, 0, -1)$, applicando le relazioni

$$\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases}, \text{ si ha:}$$

r: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = -1 - t \end{cases}$, eventualmente eliminando il parametro si determina una rappresentazione cartesiana della retta. In questo caso otteniamo: r: $\begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases}$

Exercise 1 Scrivere l'equazione della retta passante per il punto P e perpendicolare al piano π :

$$\pi : x + y + z - 2 = 0 \text{ e } P \equiv (1, 1, 1)$$

$$\pi : 2x - y + 3 = 0 \text{ e } P \equiv (0, 1, 1)$$

$$\pi : 3x + y = 0 \text{ e } P \equiv (1, 0, 0)$$

$$\pi : z = 0 \text{ e } P \equiv (0, 1, 1)$$