

PIANO PASSANTE PER UN PUNTO E PERPENDICOLARE AD UNA RETTA

Example 1 Scrivere l'equazione del piano passante per $P(1,2,-1)$ e perpendicolare alla retta di equazione $r: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

Soluzione E' sufficiente osservare che in un piano di equazione $ax+by+cz+d=0$ la terna (a,b,c) sono le componenti di un vettore ortogonale al piano. In questo caso affinché il piano sia ortogonale alla retta è sufficiente che (a,b,c) siano uguali o proporzionali ai parametri direttori della retta, che nel nostro caso essendo data in forma parametrica sono $(2,-1,3)$.

Il piano si specializza in $2x-y+3z+d=0$, imponiamo che esso passi per $P(1,2,-1)$ e otteniamo $2-2-3+d=0$, da cui $d=3$. L'equazione del piano cercato è $2x-y+3z+3=0$

Example 2 Scrivere l'equazione del piano passante per $P(0,1,-1)$ e perpendicolare alla retta di equazione $r: \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x - y + 3z + 2 = 0 \end{cases}$

Soluzione I parametri direttori della retta in forma cartesiana sono dati dai minori a segno alterno della seguente matrice:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

La matrice si costruisce mettendo come righe solo i coefficienti delle variabili x,y e z .

Si cancella la prima colonna e si calcola il determinante della matrice di ordine 2, il primo valore è $l=-3$

Si cancella la seconda colonna e si calcola il determinante della matrice di ordine 2, il secondo valore è $m=-3$ (ricorda a segno alterno!!!)

Si cancella la terza colonna e si calcola il determinante della matrice di ordine 2, il primo valore è $n=1$

A questo punto si procede come prima, l'equazione del piano si specializza in $-3x-3y+z+d=0$ si impone il passaggio per $P(0,1,-1)$ e si ottiene $-3-1+d=0$, da cui $d=4$. L'equazione del piano è $-3x-3y+z+4=0$ o equivalentemente $3x+3y-z-4=0$

Exercise 1 Scrivere l'equazione del piano passante per $P(-2,0,1)$ e perpendicolare alla retta di equazione $r: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Exercise 2 Scrivere l'equazione del piano passante per $P(-2,2,3)$ e perpendicolare alla retta di equazione $r: \begin{cases} 2x - 2y = 0 \\ x + 3z + 2 = 0 \end{cases}$