

RETTE PER UN PUNTO ORTOGONALE AD UNA RETTA ASSEGNATA

Sia assegnata la retta r di equazione $ax + by + c = 0$. Una coppia di parametri direttori sono $(-b, a)$. Se consideriamo una retta s che ha parametri direttori (a, b) , allora le rette r e s sono ortogonali perchè il prodotto scalare dei parametri direttori $(-b, a) * (a, b) = 0$. Una retta per avere parametri direttori (a, b) , deve essere del tipo $bx - ay + k = 0$.

Example 1 Scrivere l'equazione della retta passante per il punto $P \equiv (-1, 1)$ e ortogonale alla retta di equazione $4x - 3y - 2 = 0$.

La retta cercata deve avere la forma $-3x - 4y + k = 0$, imponiamo il passaggio per il punto P e quindi otteniamo $3 - 4 + k = 0$, allora $k = 1$.

Example 2 La retta cercata ha equazione $-3x - 4y + 1 = 0$ o equivalentemente $3x + 4y - 1 = 0$.

Remark 1 Osserviamo che assegnata la retta di equazione $ax + by + c = 0$, (a, b) sono le componenti di un vettore ortogonale alla retta. Quindi in riferimento all'esempio precedente nella retta $4x - 3y - 2 = 0$, $(4, -3)$ sono le componenti di un vettore ortogonale alla retta (non ci confondiamo con i parametri direttori della retta che sono $(3, 4)$). Quindi se voglio la retta per $P \equiv (-1, 1)$ e ortogonale alla retta di equazione $4x - 3y - 2 = 0$ è come chiedere la retta per P di direzione $(4, -3)$, utilizzando la forma parametrica si ha:

$$\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$$

eventualmente dalla forma parametrica si passa ad una sua rappresentazione cartesiana.

Exercise 1 Scrivere l'equazione della retta passante per P e ortogonale alla retta r

$$P(2, -1) \quad r : 3x - y + 4 = 0$$

$$P(2, 2) \quad r : 4y - 3 = 0$$

$$P(-1, 3) \quad r : -x + 2 = 0$$