

# RETTE PER UN PUNTO PARALLELE AD UNA RETTA ASSEGNATA

Una retta è individuata da un'equazione non degenera del tipo  $ax + by + c = 0$ . Al variare di  $c$  in  $\mathbb{R}$ , si ottengono tutte rette tra loro parallele. Vediamo come si determina l'equazione di una retta passante per un punto  $P$  assegnato e parallela ad una retta.

**Example 1** Scrivere l'equazione della retta passante per il punto  $P \equiv (-1, 4)$  e parallela alla retta di equazione  $2x - 3y - 4 = 0$ .

La retta cercata deve avere la forma  $2x - 3y + c = 0$ , imponiamo il passaggio per il punto  $P$  e quindi otteniamo  $-2 - 12 + c = 0$ , allora  $c = 14$ . La retta cercata ha equazione  $2x - 3y + 14 = 0$ .

Possiamo svolgere l'esercizio anche in un altro modo; una coppia di parametri direttori della retta assegnata nel precedente esercizio sono  $(3, 2)$ . Infatti il vettore  $(3, 2)$  ci dà indicazioni sulla direzione della retta. Ricordiamo che se una retta ha equazione  $ax + by + c = 0$ , allora  $(-b, a)$  sono una coppia di parametri direttori. Utilizzando la forma parametrica per scrivere una retta passante per  $P(x_0, y_0)$  e di direzione  $(l, m)$  abbiamo:

$$\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \end{cases}$$

Nel nostro caso

$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$$

Se eliminiamo il parametro (cioè ricavare la  $t$  da una delle due equazioni e sostituirlo nell'altra) otteniamo lo stesso risultato trovato in precedenza.

Un altro modo, forse più rapido, è utilizzare la formula:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 \\ l & m \end{vmatrix} = 0$$

Ovviamente tutte queste formule si dimostrano. L'ultima è giustificata dal fatto che se vogliamo scrivere una retta passante per un punto  $P(x_0, y_0)$  e di direzione  $(l, m)$  dobbiamo considerare tutti i punti  $(x, y)$  tale che il vettore di componenti  $(x - x_0, y - y_0)$  sia proporzionale alla direzione  $(l, m)$ . Quindi il determinante di quella matrice deve essere nullo.

$$\begin{vmatrix} x + 1 & y - 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$2x - 3y + 14 = 0.$$

**Exercise 1** Scrivere l'equazione della retta passante per  $P$  e parallela alla retta  $r$

$$P(1, 2) \quad r : 3x - y + 4 = 0$$

$$P(0, 2) \quad r : y + 4 = 0$$

$$P(2, 3) \quad r : 3x + 4 = 0$$